

KWADRATY ŁACIŃSKIE – QUASI-GRUPY – TOŻSAMOŚCI METODY KOMBINATORYCZNE

JAN GAŁUSZKA

STRESZCZENIE

Jeśli grupoid $\mathfrak{G} = (G; \cdot)$ jest grupą, to jego istotną cechą jest rozwiązalność równań, dokładniej spełnianie warunków (A) i (B):

(A) Dla dowolnych elementów a, b z uniwersum G równanie

$$xa = b$$

ma rozwiązanie i rozwiązanie to jest jednoznacznie wyznaczone.

(B) Dla dowolnych elementów a, b z uniwersum G równanie

$$ax = b$$

ma rozwiązanie i rozwiązanie to jest jednoznacznie wyznaczone.

Grupoidy spełniające warunki (A) i (B) tworzą klasę istotnie większą niż klasa grup. Klasę tę nazywa się klasą *quasi-grup* a jej elementy *quasi-grupami* (w sensie kombinatorycznym).

Termin *prawostronna* (odp. *lewostronna*) *quasi-grupa* oznacza grupoid $\mathfrak{G}$ spełniający warunek (A) (odp. (B)). *Quasi-grupą jednostronną* nazywany jest grupoid, który jest *quasi-grupą* prawostronną lub lewostronną.

W tabelkach Cayleya odpowiadających działaniom w skończonych *quasi-grupach* prawostronnych (odp. lewostronnych), kolumny (odp. wiersze) są permutacjami elementów uniwersum grupoidu. Zatem, dla skończonych *quasi-grup*, tabelki Cayleya „tworzą” kwadraty łacińskie.

Klasa *quasi-grup* nie tworzy rozmaitości, tj. nie da się jej zdefiniować jako klasy grupoidów spełniających pewien zadany układ tożsamości. Można jednak z własnościami *quasi-grupowymi* skojarzyć pewną rodzinę tożsamości, a następnie wyznaczyć rodzinę rozmaitości zdefiniowanych przez te tożsamości. W klasie *quasi-grup jednostronnych* zawarte są rozmaitości wyznaczone przez tzw. tożsamości *quasi-grupowe*:

$$(1) \quad (\dots(xy)y\dots)y = x,$$

$$(2) \quad y(\dots y(yx)\dots) = x.$$

Do badania jednostronnych *quasi-grup* zastosowana została metoda kombinatoryczna wykorzystując zmodyfikowane pojęcie typu cyklowego permutacji. Podejście takie pozwala wyposażyć rodzinę rozmaitości jednostronnych *quasi-grup* w strukturę kratową. Tak otrzymaną kratę można następnie zanurzyć w odpowiednio rozszerzonej kratce liczb Steinitza. Zastosowanie techniki liczb Steinitza pozwala każdej *quasi-grupie jednostronnej* przypisać kod liczbowy (w sensie liczb Steinitza) jednoznacznie określający rozmaitość do której ta *quasi-grupa jednostronna* należy. Metodę tę można następnie zastosować do *quasi-grup*. Otrzymuje się wówczas parę kodów: prawo- i lewostronny. Możliwości proponowanej metody są dobrze widoczne zwłaszcza przy badaniu skończonych *quasi-grup jednostronnych*.

E-mail address: jangausz@gmail.com