



SEMINARIUM MATEMATYKA DYSKRETNA

wtorek, 27 października 2015 r. godz. 12.45, s. 304 A3-A4

LOKALNIE NIEREGULARNE KOLOROWANIA I ETYKIETOWANIA GRAFÓW

JAKUB PRZYBYŁO
WMS AGH

Jak zdefiniować graf nieregularny? To bardzo podstawowe pytanie zostało postawione i wykorzystane w 1988 roku jako tytuł artykułu, którego autorami byli Chartrand, Erdős i Oellermann. Wątpliwości w tym zakresie wynikają ze znanego faktu, iż nie istnieje antonim grafów regularnych, rozumiany jako grafy, w których wszystkie wierzchołki mają parami różne stopnie, poza trywialnym przypadkiem, zredukowanym do pojedynczego izolowanego wierzchołka. Takie ograniczenie nie dotyczy jednak multigrafów. W konsekwencji, jako rozszerzenie powyższych rozważań, zdefiniowany został niezmiennik grafowy, który miał stanowić miarę „poziomu nieregularności” grafu. Przypuśćmy, iż możemy zwielokrotnić krawędzie danego grafu $G = (V, E)$. Jak małe może być najmniejsze k , dla którego jesteśmy w stanie skonstruować *nieregularny multigraf* z grafu G , tzn. multigraf z parami różnymi stopniami wierzchołków, przy użyciu co najwyżej k kopii każdej krawędzi? Wartość ta została nazwana *siłą nieregularności* grafu G i oznaczona przez $s(G)$. Alternatywnie, zamiast tworzyć multigraf, wystarczy rozważyć funkcję kolorującą $c : E \rightarrow \{1, 2, \dots, k\}$, przypisującą każdej krawędzi liczbę naturalną odpowiadającą wielokrotności danej krawędzi w wyżej omawianym multigrafie. Najmniejsze k , dla którego istnieje takie kolorowanie c przyporządkowujące każdemu wierzchołkowi grafu G inną sumę incydujących z nim kolorów jest wówczas równe wartości $s(G)$.

Powyższe zagadnienie było kamieniem węgielnym dla całego nurtu badań w teorii grafów, obejmującego m.in. hipotezę 1-2-3, czy hipotezę Zhanga, jak i problemy o zabarwieniu bardziej strukturalnym, jak dekompozycja grafów na podgrafy lokalnie nieregularne, czy powiązane z nią problemy złożoności obliczeniowej.

Jak się okazało, ta dziedzina stanowi także naturalne środowisko dla implementacji metody probabilistycznej (rozszerzającej naszą wiedzę także na temat samych grafów losowych), czy narzędzi algebraicznych. Kilka istotnych rezultatów wywodzących się z tej gałęzi teorii grafów wykracza także znacznie poza jej ramy.

Podczas referatu zostanie omówionych kilka podstawowych problemów z tej dziedziny wraz z reprezentatywnymi wynikami, które ich dotyczą.