



SEMINARIUM MATEMATYKA DYSKRETNA

wtorek, 6 czerwca 2017 r., godz. 12:30, s. 304 A3-A4

ORTOGONALNE 1-FAKTORYZACJE GRAFÓW PEŁNYCH WIELODZIELNYCH

Magdalena Tyniec-Motyka
AGH Kraków

Regularny podgraf rozpinający grafu G o stopniu jeden nazywamy 1-faktorem. 1-faktoryzacja grafu G to zbiór $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, \dots, F_k\}$ krawędziowo rozłącznych 1-faktorów takich, że każda krawędź grafu G jest krawędzią dokładnie jednego 1-faktora. Powiemy, że dwie 1-faktoryzacje $\mathcal{F} = \{F_1, F_2, \dots, F_k\}$ i $\mathcal{G} = \{G_1, G_2, \dots, G_k\}$ są ortogonalne, jeśli dowolny 1-faktor z \mathcal{F} i dowolny 1-faktor z \mathcal{G} mają co najwyżej jedną wspólną krawędź.

Niech S będzie zbiorem $2n$ symboli. Konfiguracja Howella $H(s, 2n)$ na zbiorze symboli S to tablica $s \times s$ spełniająca następujące warunki:

- 1) każda komórka H jest albo pusta albo zawiera nieuporządkowaną parę elementów ze zbioru S ,
- 2) każdy symbol ze zbioru S pojawia się dokładnie raz w każdym wierszu i w każdej kolumnie H ,
- 3) każda para symboli pojawia się co najwyżej raz w H .

Warunkiem koniecznym istnienia konfiguracji Howella $H(s, 2n)$ jest $n \leq s \leq 2n - 1$.

Para ortogonalnych 1-faktoryzacji s -regularnego grafu G o $2n$ wierzchołkach odpowiada konfiguracji Howella typu $(s, 2n)$, dla której G nazywamy grafem pierwotnym. Dla $s = n$ para ortogonalnych 1-faktoryzacji grafu pełnego dwudzielnego $K_{n,n}$ jest równoważna z konfiguracją Howella $H_k(n, 2n)$ oraz z parą ortogonalnych kwadratów łacińskich o boku n . Drugim skrajnym przypadkiem jest $H(2n - 1, 2n)$ czyli kwadrat Rooma o boku $2n - 1$. Jest on równoważny parze ortogonalnych 1-faktoryzacji grafu pełnego K_{2n} . Dla $s = 2n - 1$ oraz $s = 2n - 2$ istnieje dokładnie jeden graf pierwotny dla konfiguracji Howella $H(s, 2n)$: graf pełny K_{2n} w pierwszym przypadku i graf $K_{2n} \setminus F$, gdzie F jest 1-faktorem, w drugim. W pozostałych przypadkach nie jest zadaniem prostym wskazać klasę grafów pierwotnych dla konfiguracji Howella. Do klasy tej należą grafy pełne wielodzielne zrównoważone.

Celem referatu jest przedstawienie pełnego rozwiązania problemu istnienia par ortogonalnych 1-faktoryzacji grafów pełnych wielodzielnych zrównoważonych $K_{p \times q}$.